

TEMA 2

COLOQUIO FÍSICA II

26 de julio de 2018

Nombre y Apellido: [Redacted]

Padrón: [Redacted]

Física II A/B

7/10/18

Cuatrimestre y año de cursada: 4º Cuatrimestre 2018

Turno: 09

Profesor: Riva - Meslós

Justificar cada una de las respuestas.  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{m}^2\text{N}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$

**Criterio de aprobación:** Se aprueba con 5 ítems bien como mínimo.

Para Fil A, de los 5 ítems bien, al menos 3 deben ser de "Electromagnetismo" (problemas 1 al 3) y al menos 1 debe ser de "Calor y termodinámica" (problema 4).

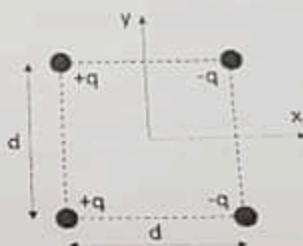
| 1a             | 1b | 2a             | 2b | 3a | 3b | 3c             | 4a | 4b | 4c | Nota |
|----------------|----|----------------|----|----|----|----------------|----|----|----|------|
| B <sup>+</sup> | R  | B <sup>-</sup> | M  | B  | B  | B <sup>-</sup> | B  | B  | B  | 8    |

**Problema 1:**

Cuatro cargas en reposo están ubicadas como indica la figura ( $q=4 \mu\text{C}$ ;  $d=20 \text{ cm}$ ).

- Hallar el campo eléctrico  $E$  en el origen de coordenadas.
- Hallar el trabajo requerido para traer una carga  $Q_0$  desde el infinito hasta el punto  $P$  ( $Q_0 = +6 \mu\text{C}$ ).

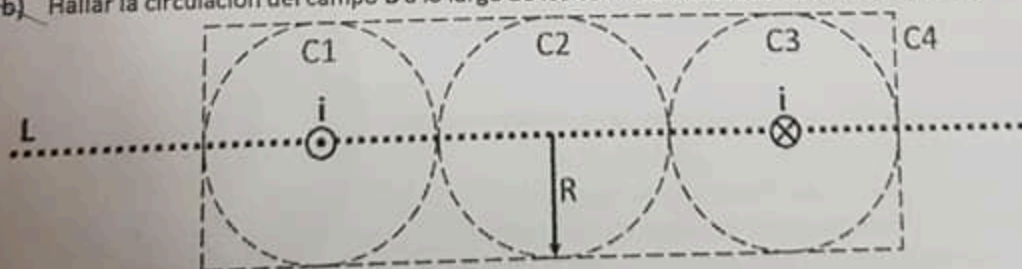
OKIEN



**Problema 2:**

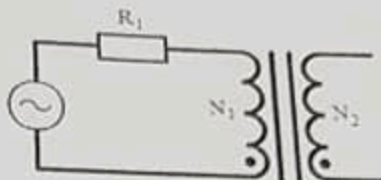
Se tienen dos conductores rectilíneos muy largos, paralelos, en el vacío, por los que circulan corrientes estacionarias "i" en el sentido indicado en la figura.

- Hallar los campos inducción magnética  $B$ , campo magnético  $H$  y magnetización  $M$  (con módulo, dirección y sentido) a lo largo de la línea punteada "L", indicando el sistema de referencia elegido.
- Hallar la circulación del campo  $B$  a lo largo de los caminos indicados en sentido horario.



### Problema 3:

Un transformador posee un núcleo de permeabilidad relativa  $\mu_r = 1000$  (constante), sección transversal  $S = 4 \text{ cm}^2$  y longitud media  $l_m = 20 \text{ cm}$ . El factor de acoplamiento magnético es de 0,9. El primario, de  $N_1 = 100$  espiras está conectado a la red domiciliar de nuestro país a través de una resistencia  $R_1 = 100 \Omega$ . El secundario, de  $N_2 = 50$  espiras, está abierto.

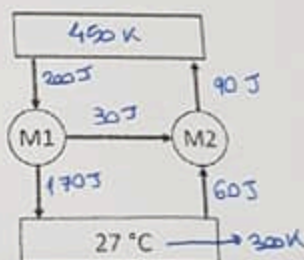


- Obtener, demostrando el desarrollo, los coeficientes de autoinducción y de inducción mutua de los inductores.
- Hallar la corriente instantánea y la potencia instantánea entregada por el generador.
- Hallar el voltaje instantáneo inducido en el secundario, indicando su polaridad en los bornes del inductor para un instante de tiempo en el que la corriente en el circuito primario es antihoraria y creciente.

$$\frac{V_1}{N_1} = \mu \frac{N_2}{l_m}$$

### Problema 4 (Sólo Física II A):

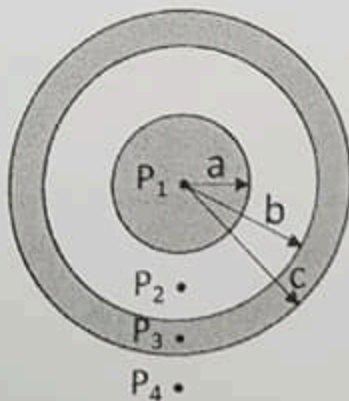
Dos máquinas operan entre dos fuentes térmicas como indica la figura. La fuente fría está a temperatura ambiente ( $27^\circ\text{C}$ ). La máquina frigorífica opera reversiblemente absorbiendo  $60 \text{ J}$  de calor y cediendo  $90 \text{ J}$  de calor en cada ciclo. La máquina motora tiene un rendimiento del 15 %.



- Completar el esquema de la figura con la temperatura de las fuentes, los calores y trabajos intercambiados.
- Determinar la eficiencia de la máquina frigorífica, considerando primero la cantidad de calor tomada de la fuente fría (modo refrigerador) y luego la cantidad de calor cedida a la fuente caliente (modo bomba de calor).
- Determinar la variación de entropía del sistema en cada ciclo. Considere como sistema al conjunto de ambas fuentes y ambas máquinas.

### Problema 4 (Sólo Física II B):

Una esfera conductora de radio  $a = R = 20 \text{ cm}$ , se encuentra rodeada por un casquete esférico conductor de radio interior  $b = 2R$  y exterior  $c = 2,5R$ . Inicialmente se encuentran ambos descargados.



- A continuación, se llena la región comprendida entre los conductores con una carga total  $Q = 20 \mu\text{C}$  uniformemente distribuida en volumen ( $\epsilon_r = 1$ ). Hallar las distribuciones de cargas en los conductores.
- A continuación del paso anterior, se une mediante un hilo conductor la esfera y el casquete. Hallar las nuevas distribuciones de cargas en los conductores.
- Hallar el rotor y la divergencia del campo eléctrico  $E$  para los puntos  $P_1, P_2, P_3$  y  $P_4$ .

a)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^4 \frac{(\vec{r} - \vec{r}_j')}{|\vec{r} - \vec{r}_j'|^3} q_j$$

por principio de superposición y ley de Coulomb

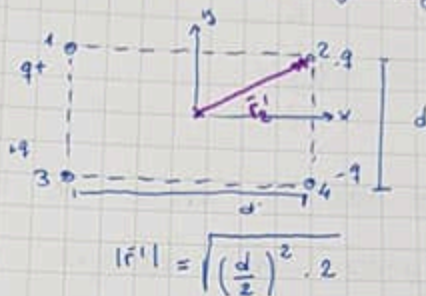
$$\vec{r} = (0, 0)$$

$$\vec{r}_2' = (d/2, d/2)$$

$$\vec{r}_1' = (-d/2, d/2)$$

$$\vec{r}_3' = (-d/2, -d/2)$$

$$\vec{r}_4' = (d/2, -d/2)$$



$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(d/2, -d/2)}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)^{3/2}} q_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(d/2, -d/2)}{\left(\sqrt{2\left(\frac{d}{2}\right)^2}\right)^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(d/2, -d/2)}{\left(\sqrt{2}\left(\frac{d}{2}\right)\right)^3}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_{1x} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{d/2}{\left(\sqrt{2}\right)^3 \left(\frac{d}{2}\right)^2} q_1 \\ \vec{E}_{1y} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-d/2)}{\left(\sqrt{2}\right)^3 \left(\frac{d}{2}\right)^2} q_1 \end{aligned} \right\} \vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(1, -1)}{2^{3/2} \left(\frac{d}{2}\right)^2} q_1$$

De manera análoga:

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-1, -1)}{2^{3/2} \left(\frac{d}{2}\right)^2} q_2 \quad \vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(1, 1)}{2^{3/2} \left(\frac{d}{2}\right)^2} q_3 \quad \vec{E}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-1, 1)}{2^{3/2} \left(\frac{d}{2}\right)^2} q_4$$

$$\vec{E}_{\text{TOTAL}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \quad (\text{todo evaluado en el origen de coordenadas})$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2^{3/2} \left(\frac{d}{2}\right)^2} \left[ (1, -1) q_1 + (-1, -1) q_2 + (1, 1) q_3 + (-1, 1) q_4 \right]$$

$$4\mu C \left[ (1, -1) + (-1, -1) + (1, 1) + (-1, 1) \right]$$

$$\text{Eje } x = 4\mu C (1 + 1 + 1 + 1) = 16\mu C \text{ error unidades}$$

$$\text{Eje } y = 4\mu C (-1 + 1 + 1 - 1) = 0$$

Cargas  
→

$$\left. \begin{aligned} \mu &= x - |d/2| \\ d\mu &= -|d/2| dx \end{aligned} \right\} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_p}^{x_0} \sum_{j=1}^4 \frac{\mu}{(\mu^2 + \lambda^2)^{3/2}} \left(+\frac{2}{d}\right) d\mu = \frac{2}{d \cdot 4\pi\epsilon_0} \int_{x_p}^{x_0} \sum_{j=1}^4 \frac{\mu}{(\mu^2 + \lambda^2)^{3/2}} d\mu$$

$$y - |d/2| = A$$

$$\left( \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \right)' = \left( \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \right)' \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu^2 + \lambda^2} \right)' = \frac{1}{(\mu^2 + \lambda^2)^{3/2}} \cdot 2\mu \left( \frac{2}{d} \right) \left( -\frac{1}{d} \right)$$

$$\Rightarrow W = q_p \cdot \frac{2}{d \cdot 4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^4 \frac{-1}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \Big|_{x_p}^{x_0} = q_p \frac{2}{d \cdot 4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^4 \frac{-|d/2|}{\sqrt{(-d/2)^2 + (-d/2)^2}} q_j$$

$\Rightarrow q$  (quatro en módulo)

$$W = - \frac{q_p q_j}{d \cdot \pi \epsilon_0}$$

Error signo

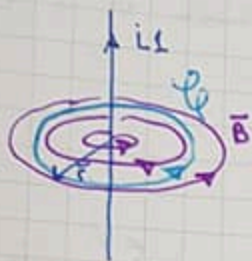
$$W = - \frac{q_p}{4\pi\epsilon_0} q \cdot \frac{2}{d} \frac{(+1 + 1 + 1 + 1)}{4 \sqrt{(d/2)^2 + (d/2)^2}}$$

$$W = -3,05 \text{ J}$$

Problema 2

20/7/18

a)



Las líneas de campo <sup>magnético  $\vec{B}$</sup>  generadas por hilos infinitos tienen dirección en  $\check{\varphi}$  y el módulo del campo sólo depende del radio  $\check{r}$ . Entonces, eligiendo la curva  $\check{C}$ :

i)  $\vec{B} \parallel d\vec{l}$

ii)  $\vec{B}$  cte a lo largo de  $\check{C}$

Ley de Ampère:

i) y ii)

(esta ley puede aplicarse porque las corrientes son estacionarias)

$$\oint_{\check{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \Rightarrow B \oint_{\check{C}} dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

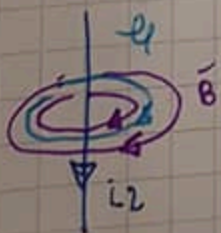
$$\therefore \boxed{\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} \check{\varphi}}$$

Como se está trabajando con materiales lineales, isotrópicos y homogéneos se cumple que  $\mu_r = 1$  en este caso

$$\vec{B}_1 = \vec{H}_1 \cdot \mu_0 \mu_r \Leftrightarrow \boxed{\vec{H}_1 = \frac{I}{2\pi r_1} \check{\varphi}}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{H}) \Leftrightarrow \boxed{\vec{H}_1 = \frac{\vec{B}_1}{\mu_0} - \vec{H} = 0}$$

A su vez, se pueden calcular los campos del cable 2:

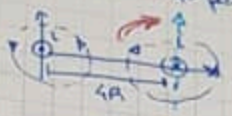


$$\boxed{\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} (-\check{\varphi}) \quad \vec{H}_2 = \frac{I_2}{2\pi r_2} (-\check{\varphi}) \quad \vec{H}_2 = 0}$$

Luego, se aplica el principio de superposición:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Entonces:



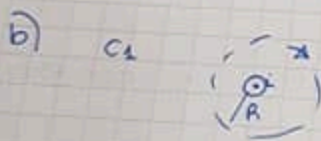
$$x = x' - 4R$$

Al evaluar en la recta  $L$ , la dirección del campo es en  $\hat{y}$  (eje  $y$ )

(1)  $\vec{B}(\vec{r}) = \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} \hat{y} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(4R+r_1)} \hat{y} \right)$   $\vec{H}(\vec{r}) = \left( \frac{I}{2\pi r_1} - \frac{I}{2\pi(4R+r_1)} \right) \hat{y}$   $\vec{M} = 0$

(2)  $\vec{B}(\vec{r}) = \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} \hat{y} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(4R-r_2)} \hat{y} \right)$   $\vec{H}(\vec{r}) = \left( \frac{I}{2\pi r_2} + \frac{I}{2\pi(4R-r_2)} \right) \hat{y}$   $\vec{M} = 0$

(3)  $\vec{B}(\vec{r}) = \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi(4R+r_3)} + \frac{\mu_0 I}{2\pi r_3} \right) \hat{y}$   $\vec{H}(\vec{r}) = \left( \frac{I}{2\pi(4R+r_3)} + \frac{I}{2\pi r_3} \right) \hat{y}$   $\vec{M} = 0$

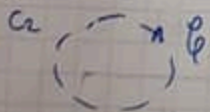


$$\oint_{c_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Ahora bien, como  $c_1$  se encuentra más cerca del conductor respecto que del otro, la dirección del campo será en  $\hat{\phi}$ .

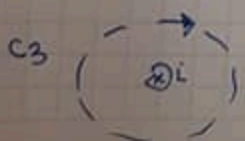
$$c_1 \oint_{c_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = B \phi c_1$$

En este caso  $\hat{\phi}$  signo



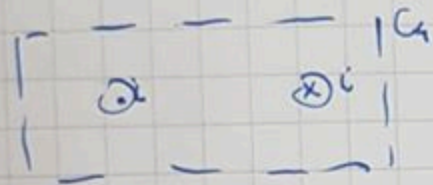
Como la superficie formada por  $\hat{\phi}$  no contiene corriente, entonces:

$$c_2 \oint_{c_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$



En este caso, la dirección del campo será en  $-\hat{\phi}$   
 $\oint_{c_3} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = \oint (-B) (dl)$   
 En este caso

$C_4$ . EN este caso, la superficie formada por  $C_4$  contiene a las  
dos corrientes. Por lo tanto:



$$\oint_{C_4} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \cdot 2i$$

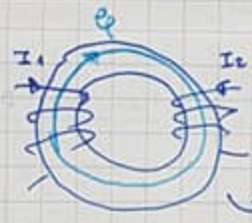
Problema 3

a)

$$L = \frac{d\Phi_{1-1}}{dI_1} \quad \text{y} \quad M = \frac{d\Phi_{1-2}}{dI_1}$$

Al ser un material ferromagnético de permeabilidad relativa constante, estamos ante un ferromagnético blando, el cual es lineal, homogéneo e isotrópico. A su vez, como se puede trabajar con bobinas medidas se trata de un toroide fino, lo que implica que la variación del campo magnético ~~en las bordes del toroide~~ no es grande y se puede aproximar a  $\vec{B}(R_m)$ , siendo  $R_m$  el radio medio. Teniendo en cuenta estas consideraciones, se aplica la ley de Ampère generalizada:

$$\oint_{\vec{B}} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = I_1 N_1$$



- i)  $\vec{H} \parallel \vec{\Phi}$
- ii)  $\vec{H}$  constante en  $\vec{\Phi}$

→ (la curva  $\vec{\Phi}$  si fuera un toroide)

$$H_1 \cdot L_m = I_1 \cdot N_1 \Leftrightarrow \vec{H}_1 = \frac{I_1 \cdot N_1}{L_m} \vec{\Phi}$$

Como es un material ferromagnético blando  $\Rightarrow \vec{B} = \vec{H} \cdot \mu_0 \mu_r$

$$\therefore \vec{B} = \frac{I_1 N_1}{L_m} \mu_0 \mu_r \vec{\Phi}$$

$$\vec{\Phi}_{1-1} \text{ por una espira} = \int_S \frac{I_1 \cdot N_1}{L_m} \mu_0 \mu_r \vec{\Phi} \cdot d\vec{S} = \frac{I_1 N_1 \mu_0 \mu_r}{L_m} \cdot S$$

$$\vec{\Phi}_{1-1} \text{ total} = \frac{I_1 N_1^2 \mu_0 \mu_r \cdot S}{L_m}$$

$$L_1 = \frac{d\vec{\Phi}_{1-1}}{dI_1} = \frac{N_1^2 \mu_0 \mu_r \cdot S}{L_m} = \frac{100^2 \cdot \mu_0 \cdot 1000 \cdot 0,0004 \text{ m}^2}{0,2 \text{ m}}$$

~~$L_1 = 10 \text{ mH}$~~

$L_1 = 0,025 \text{ Hg}$



Ahora bien, para calcular  $L_2$  se repetirá el procedimiento pero por  $N_2$ . Siendo el mismo desarrollo:

$$\Phi_{2-2} = \frac{I_2 \cdot N_2^2 \cdot \mu_0 \mu_r S}{L_m}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2 \mu_0 \mu_r S}{L_m} = \frac{50^2 \cdot \mu_0 \cdot 1000 \cdot 0,0004 \text{ m}^2}{0,2 \text{ m}}$$

$$L_2 = 6,28 \times 10^{-3} \text{ H} = 6,28 \text{ mH}$$

Luego, para calcular  $M$ , como  $M_{12} = M_{21} = M$ , calcularemos  $M_{1-2}$ :

$$\Phi_{1-2} = \iint_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s}_2 = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot I_1 \cdot \mu_0 \mu_r S}{L_m}$$

$$M = \frac{d\Phi_{1-2}}{dI_1} = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot \mu_0 \mu_r S}{L_m} = \frac{100 \cdot 50 \cdot \mu_0 \cdot 1000 \cdot 0,0004 \text{ m}^2}{0,2 \text{ m}}$$

$$M = 0,01 \text{ H}$$

b) Red dominancia  $\rightarrow 220 \text{ V} = V_{\text{ef}}$   
 $50 \text{ Hz} = f$

Entonces, tomando  $\varphi_v = 0 \Rightarrow v(t) = 220 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \cos(2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot t)$

$$v(t) = 311 \text{ V} \cos(314 \text{ rad/s} \cdot t)$$

Ahora bien, por la ley de ohm  $V = I Z$

$$V = V_0 e^{j\omega t}, \quad I = I_0 e^{j(\omega t + \varphi)}, \quad Z = j\omega L + j\omega M + R$$

Entonces, si se toma módulos:  $\frac{V_0}{\sqrt{(\omega L + \omega M)^2 + R^2}} = I_0$

$$\frac{311 \text{ V}}{\sqrt{(60\pi \cdot \frac{10}{0,025} + 60\pi \cdot 0,11)^2 + (60\pi)^2}} = \cancel{3,12} \text{ A} \quad 3,09 \text{ A}$$

$6,7^\circ$

$$I(t) = 3,09 \text{ A} \cos(314 \text{ rad/s } t + 6,7^\circ)$$

$$\varphi = -\text{tg}\left(\frac{X}{R}\right) = -\text{tg}\left(\frac{\omega L + \omega M}{R}\right) = \cancel{5,88} \text{ rad} = -0,12 \text{ rad} = 6,7^\circ$$

$$P(t) = I(t) \cdot V(t) = 970,32 \text{ W} \cos(314 \text{ rad/s } t) \cos(314 \text{ rad/s } t + 6,7^\circ)$$

c)

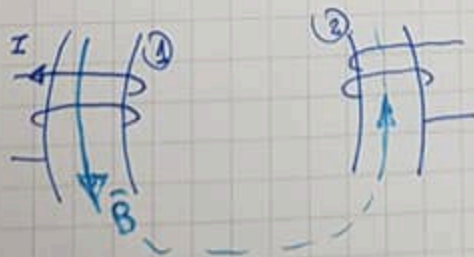
En un transformador, se cumple:  $\frac{V_2}{V_1} = k \cdot \frac{N_2}{N_1}$

Por lo tanto:  $V_2 = k \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot V_1 = 0,9 \cdot \frac{50}{100} \cdot 311 \text{ V} \cos(314 \text{ rad/s } t)$

$$V_2 = 139,95 \text{ V} \cos(314 \text{ rad/s } t)$$

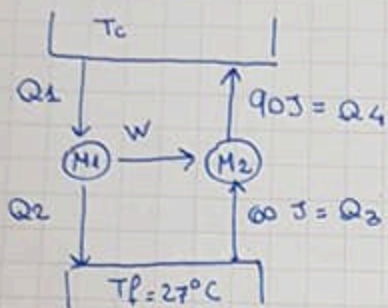
Ahora bien, la fem inducida se opone a la variación de flujo y que  $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$ . Entonces, como la corriente en el circuito

es antihoraria y creciente:



Al entrar el campo en esa dirección el circuito secundario tratará de generar un flujo contrario para contrarrestar el flujo en aumento que percibe del circuito ①

Entonces:  $N_2$  polaridad



$$\eta_{M1} = 15\% = 0,15$$

a)  $M_2$  :  $Q_3 + W = Q_4 \Leftrightarrow W = Q_4 - Q_3 = 90\text{ J} - 60\text{ J}$   

$$W = 30\text{ J}$$

$$\eta_{M1} = \frac{W}{Q_1} \Leftrightarrow Q_1 = \frac{W}{\eta_{M1}} = \frac{30\text{ J}}{0,15}$$

$$Q_1 = 200\text{ J}$$

$M_1$  :  $Q_1 = W + Q_2 \Leftrightarrow Q_2 = Q_1 - W = 200\text{ J} - 30\text{ J}$

$$Q_2 = 170\text{ J}$$

La máquina  $M_2$  es reversible, por lo que la variación de entropía debe ser igual a cero:

$$\int ds = \int \frac{dq}{T} \Rightarrow \Delta S = -\frac{Q_4}{T_c} + \frac{Q_3}{T_f} = 0$$

$$\frac{60\text{ J}}{300\text{ K}} - \frac{90\text{ J}}{T_c} = 0 \Leftrightarrow T_c = \frac{90\text{ J}}{60\text{ J}} \cdot 300\text{ K}$$

$$T_c = 450\text{ K}$$

máquina frigorífica

$$b) \quad \eta = \frac{Q_3}{W} = \frac{60\text{J}}{30\text{J}} = 2$$

Bomba de calor

$$\eta = \frac{Q_4}{W} = \frac{90\text{J}}{30\text{J}} = 3$$

$$c) \quad \int ds = \Delta S = \frac{Q_1}{T_c} - \frac{Q_2}{T_f} + \overbrace{\frac{Q_3}{T_c} - \frac{Q_4}{T_f}}^{=0} = \frac{20\text{J}}{450\text{K}} - \frac{170\text{J}}{300\text{K}} = -0,12$$